

# 確率モデル GA を用いたスケジューリング問題の解法におけるタグノード導入の効果について

On the Effect of Introducing a Tag node in Solving Scheduling Problems using PMBGAs

筒井 茂義† Shigeyoshi Tsutsui  
 廣安 知之‡ Tomoyuki Hiroyasu  
 三木 光範‡ Mitusunori Miki

## 1. まえがき

近年、確率モデル GA (PMBGAs: probabilistic model-building genetic algorithms)の研究が活発に行われている<sup>1)</sup>。確率モデル GA の研究は、バイナリコーディング GA での研究から始まり、近年実数値問題への拡張の研究が行われている。筆者らは先に確率モデル GA の順序問題への一適用法としてエッジヒストグラムを用いる EHBSA (edge histogram based sampling algorithm)を提案した。また、相対的な順序関係が意味を持つ問題である巡回セールスマン問題(TSP)を用いて評価を行ない、その有効性を明らかにした<sup>2),3)</sup>。

EHBSA のスケジューリング問題への適用の予備的な検討は既に行っている<sup>4)</sup>が、本稿では、スケジューリング問題の一つであるフローショップ問題への EHBSA の適用について考察し、ストリング表現への「タグノード」の導入の効果について述べる。

## 2. EHBSA の構成

### 2.1 アルゴリズムの方式

エッジは、順序表現ストリングにおけるノード間の連結関係のことであり、ストリングに関する重要な情報である。このエッジ情報を用いる交叉として、エッジ交叉 (ER) や拡張エッジ交叉 (eER)がよく知られている。しかしこれらは、2 つの親のエッジしか考慮しない。本稿の EHBSA では、集団を構成する全個体のエッジの分布情報であるエッジヒストグラムマトリックス(EHM)を確率モデルに用いる。

EHBSA の構成は以下の通りである。

1. 個体をランダムに生成し、初期集団を作る。
2. 選択オペレータを適用し、有望集団を作る。
3. この集団から EHM を作成する。
4. この EHM を基に子個体をサンプリングする。

終了条件が満たされるまで、ステップ 2 からステップ 4 までを繰り返す。

### 2.2 対称 EHM

対称 TSP のようなエッジに方向性を持たない場合、世代  $t$  の集団  $P(t)$  における  $k$  番目の個体を  $s_k^t = (\pi_k^t(0), \pi_k^t(1), \dots, \pi_k^t(L-1))$  で表すと、これは  $(0, 1, \dots, L-1)$  の順列となる。この場合、集団  $P(t)$  のエッジヒストグラムマトリックス  $EHM_S^t(e_{ij}^t)$  ( $i, j = 0, 1, \dots, L-1$ ) は、以下のように  $L^2$  の要素を持つ対称マトリックスで定義される<sup>2),3)</sup>。

$$e_{i,j}^t = \begin{cases} \sum_{k=1}^N (\delta_{i,j}(s_k^t) + \delta_{j,i}(s_k^t)) + \varepsilon & \text{if } i \neq j \\ 0 & \text{if } i = j \end{cases} \quad (1)$$

ここで  $N$  は、集団サイズであり、 $\delta_{ij}(s_k^t)$  は、以下で定義されるデルタ関数である。また、 $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) は、式(3)の  $B_{\text{ratio}}$  ( $B_{\text{ratio}} > 0$ ) で定義される定数である。

$$\delta_{i,j}(s_k^t) = \begin{cases} 1 & \text{if } \exists h [h \in \{0, 1, \dots, L-1\} \wedge \pi_k^t(h) = i \\ & \wedge \pi_k^t((h+1) \bmod L) = j] \\ 0 & \text{othersise} \end{cases} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{2N}{L-1} B_{\text{ratio}} \quad (3)$$

### 2.3 非対称 EHM

ケジューリング問題では、順列の並びに方向性があるので、集団  $P(t)$  のエッジヒストグラムマトリックス  $EHM_A^t(e_{ij}^t)$  ( $i, j = 0, 1, \dots, L-1$ ) は、以下のように  $L^2$  の要素を持つ非対称マトリックスで定義される。

$$e_{i,j}^t = \begin{cases} \sum_{k=1}^N \delta_{ij}(s_k^t) + \varepsilon & \text{if } i \neq j \\ 0 & \text{if } i = j \end{cases} \quad (4)$$

$$\varepsilon = \frac{N}{L-1} B_{\text{ratio}} \quad (5)$$

EHM の一例を図 1 に示す。

$$\begin{array}{l} s_1^t = (0, 1, 2, 3, 4) \\ s_2^t = (1, 3, 4, 2, 0) \\ s_3^t = (3, 4, 2, 1, 0) \\ s_4^t = (4, 0, 3, 1, 2) \\ s_5^t = (2, 1, 3, 4, 0) \end{array} \quad \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 0 & 3.1 & 2.1 & 2.1 & 3.1 \\ 3.1 & 0 & 4.1 & 3.1 & 0.1 \\ 2.1 & 4.1 & 0 & 1.1 & 3.1 \\ 2.1 & 3.1 & 1.1 & 0 & 4.1 \\ 3.1 & 0.1 & 3.1 & 4.1 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{(b) } EHM_{(S)}^t \end{array} \quad \begin{array}{l} \begin{pmatrix} 0 & 2.05 & 1.05 & 2.05 & 0.05 \\ 1.05 & 0 & 2.05 & 2.05 & 0.05 \\ 1.05 & 2.05 & 0 & 1.05 & 1.05 \\ 0.05 & 1.05 & 0.05 & 0 & 4.05 \\ 3.05 & 0.05 & 2.05 & 0.05 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{(c) } EHM_{(A)}^t \end{array}$$

図 1 EHM の一例 ( $N = 5, L = 5, B_{\text{ratio}} = 0.04$ )

## 3. 非対称 EHM における EHBSA

### 3.1 サンプリング法

非対称 EHM におけるサンプリング法も、対称 EHM を用いる場合<sup>2),3)</sup>と基本的に同じである。

#### (1) EHBSA/WO

テンプレートをを用いない EHBSA/WO (edge histogram based sampling algorithm without template) では、非対称 EHM に基づくルーレットにより、各ノードを順次サンプリングし、ストリングを生成する。

#### (2) EHBSA/WT

テンプレートを用いる EHBSA/WT (edge histogram based sampling algorithm with template) では、まず、集団から一つの個体をランダムに選びテンプレートとして利用する。このテンプレートをランダムに決めた  $n$  点 ( $n > 1$ ) のカットポイントを適用して  $n$  個のセグメントに分割する。この  $n$  個のセグメントからランダムにひとつを選び、そのセグメントのノードのみを EHM に基づいてサンプリングを行う。残りの  $n-1$  のセグメントに属するノードはそのまま新しい個体のノードとして用いる。このサンプリング法を

† 阪南大学経営情報学部

‡ 同志社大学工学部

EHBSA/WT / $n$  と記述する．図 2 に EHBSA/WT/3 の例を示す．

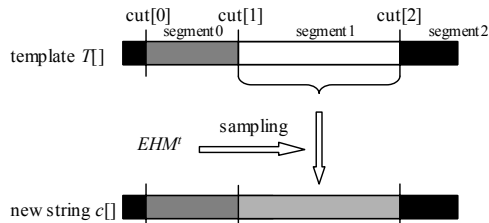


図 2 EHBSA/WT/3

### 3 . EHBSA へのタグノードの導入

スケジューリング問題において，解がジョブの順列で表現される場合，スケジューリングの評価値は TSP のように単にストリングを構成するノードの相対的な順序関係で済むのではなく，相対的な順序関係に加えてその絶対的な位置が関係してくる．例えば，ジョブ 1 を最初に行う解が良い場合はノード 1 はストリングの最初に位置する．しかし，2 章で述べた EHM には各ノードのストリング上の絶対的な位置に関する情報は含んでいない．

本稿では，ストリング表現に「タグノード」(以下，TN)を導入することを提案する．TN はどのジョブとも対応しない仮想ノードであるが絶対的な位置に関する情報を持たせる．すなわち，ストリング上において，「TN の次に位置するノードが先頭ジョブである」という意味を持たせる．TN を持つストリングをバーチャルストリング(以下，VS)と呼ぶ．VS のストリング長  $L_{VS}$  は，実ストリング長を  $L$  とすると  $L_{VS} = L + 1$  である．本稿ではストリング長  $L$  のストリングをノード番号  $0, 1, \dots, L-1$  の順列で表し，TN をノード番号  $L$  で表す．

タグノードを導入した VS と実ストリングとの関係を図 3 に示す．

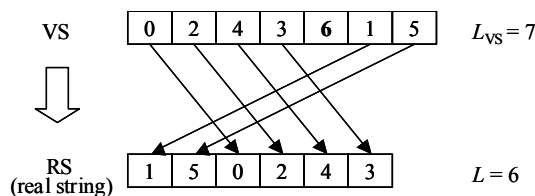


図 3 タグノード

なお，TN は一般のノードと全く同様に扱われるので，EHBSA は TN の導入によって何らの影響も受けない．

## 4 . 実験

### 4.1 実験方法

世代交代モデルは，対称 EHM で用いたものと同じであり，文献 2), 3) の通りである．

用いたフローショップ問題は，[20-job 10-machine] と [40-job 10-machine] の二つである．各ジョブのそれぞれのマシン上での処理時間は [1, 99] 間の乱数によって生成した．ヒューリスティクスは適用していない．本テスト問題の目的は，最小 makespan を得るスケジュールを作成することである．実験は 50 回繰り返し，各実験の最小 makespan 値の平均値 (mean) で評価した．

## 4.2 実験結果

対称 EHM の場合と同様，EHBSA/WT は，EHBSA/WO よりも優れた結果を示したので，以下では EHBSA/WT の結果のみを示す．

図 4 は，20-job 10-machine の収束過程を示したものである．集団サイズは 60 の場合である．カットポイント  $n = 2$  のときが最も良い結果が得られているが，いずれの場合も TN の適用の効果が明確に得られている．

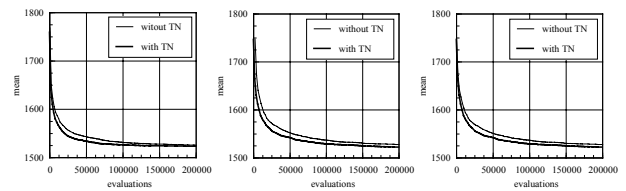


図 4 20-job 10-machine の収束過程

図 5 は，同様 40-job 10-machine の収束過程を示したものである．集団サイズは 60 の場合である．この場合もカットポイント  $n = 2$  のときが最も良い結果が得られているが，いずれの場合も TN の適用の効果が明確に得られている．

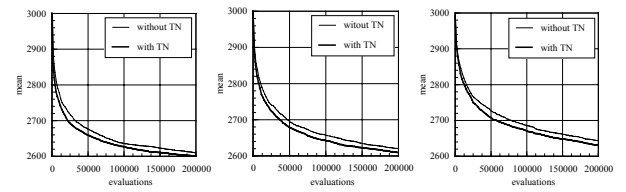


図 5 40-job 10-machine の収束過程

## 5 . むすび

以上本稿では，先に提案した順序表現向き確率モデル GA の一アプローチである EHBSA のスケジューリング問題への適用に当たって，TN の導入が効果的であることを示した．なお，本稿ではデータを示さなかったが，TN の導入は，従来の GA の交叉オペレータでも有効であることが明らかになった．

## 参考文献

- 1) Pelikan, M., Goldberg, D. E., and Lobo, F. G.: A survey of optimization by building and using probabilistic models, *Technical Report IlliGAL Report 99018*, University of Illinois at Urbana-Champaign (1999).
- 2) 筒井：確率モデル GA の順序問題への一適用法，2002FIT 一般講演論文集 第一分冊(FIT 2002), pp. 81-82, 情報処理学会, 2002.9.
- 3) 筒井：エッジヒストグラムを用いる順序表現向き確率モデル GA の提案，人工知能学会論文誌, Vol. 18, No. 4, pp. 173-182 (2003) .
- 4) Tsutsui, S. and Miki, M. : Solving Flow Shop Scheduling Problems with Probabilistic Model-Building Genetic Algorithms using Edge Histograms, Proc. of the 4th Asia-Pacific Conference on Simulated Evolution And Learning (SEAL02) (2002).