

論文

# ロバスト解探索型遺伝的アルゴリズム の基礎提案

On the Genetic Algorithm with a Robust Solution  
Searching Scheme

筒井 茂義<sup>\*1</sup> Shigeyoshi Tsutsui

藤本 好司<sup>\*2</sup> Yoshiji Fujimoto

\*1 阪南大学経営情報学部経営情報学科

Dept. of Management and Information Science, Hannan  
University, Osaka 580, Japan

\*2 龍谷大学理工学部数理情報学科

Dept. of Applied Mathematics and Informatics, Faculty of  
Science and Technology, Ryukoku University, Shiga 520-21  
Japan

Keywords: genetic algorithm, robust solution, Gaussian noise,  
adding noise

## Summary

Many of the studies on GAs give emphasis on finding the global optimal solution. In this paper, we propose a new method which extend the application of GAs to domains that require *robust solutions*. If a global optimal solution found is on a sharp-pointed location, there may be cases where it is dangerous to use this solution. In nature, the phenotypic feature of an organism is determined from the genotypic code of genes in the chromosome. During this process, there may be some perturbations. Let  $X$  be the phenotypic parameter vector,  $f(X)$  a fitness function and  $\Delta$  a noise vector. As can be easily understood from the analogy of nature, actual fitness function should be of the form  $f(X+\Delta)$ . We use this analogy for the present work. Simulation results confirm the utility of this approach in finding robust solutions.

## 1 . はじめに

遺伝的アルゴリズム ( G A ) は , 各種の探索問題や最適化問題においてその有効性が明らかにされてきた [Goldberg 89a] . また , 多峰性問題やだまし問題をはじめ各種の G A 困難な問題を解くことや G A の性能を向上を図るため , 多くの理論的 , 実験的研究が行われている [Eshelman 91] [Goldberg 89b] [Mathias 94] [Tsutsui 93 , 95, 94, 96a] . これらの研究では , 主としてグローバル最適解を求めることにその重点がおかれている .

一方 , ローカル最適解も含めて複数の解を求めることに重点をおく研究も行われている . それらには , De Jong の crowding 法 [De Jong 76] , Goldberg らの sharing 法 [Goldberg 87] , Mahoud の deterministic crowding 法 [Mahfoud 92] , Beasley らの sequential niche 法 [Beasley 93] などがある . これらのアプローチは , 最適解を含む複数の解候補を検出しなければならない問題領域に G A の適用を拡張しているという点で注目される .

ある探索手法によって得られた解の評価値がパラメータ変動の影響を受けやすい場合 , その解を採用することが好ましくない場合がある . 例えば , 機械設計では , 評価の高

い設計をしても、それが実現不可能なほどの精度を要求するとすれば無意味となる。また制御問題にしても操作量は当然誤差を含むので、この誤差に対して敏感な応答特性を持つ領域での操作値の設定は適当でない。このように多くの実際の最適化問題では、パラメータ変動に対して評価値の変動が少ない安定した解を求めることが重要となる場合が多い。以下では、このようなパラメータ変動に対して評価値の変動が少ない安定した解のことを「ロバスト解」と呼ぶことにする。本論文は、ロバスト解を探索しなければならない問題領域にGAの適用を拡張することを狙いとする「ロバスト解探索型遺伝的アルゴリズム」(以下、GA/RS<sup>3</sup>: Genetic Algorithm with a Robust Solution Searching Scheme)の基礎提案を行い、その性質を明らかにするものである[筒井 96b][Tsutsui 96c]。

GA/RS<sup>3</sup>では、GAの実行中の適応度関数の計算において表現型空間のパラメータ値にノイズを加える方法をとる。この方法により、GA/RS<sup>3</sup>は、ロバスト解をもつ個体集団を形成する。この考え方は、生物進化において自然界で生じる外乱に対して堅固な生物が生き残っていくという進化プロセスをヒントにしたもので、この意味でGA/RS<sup>3</sup>

は ,ロバスト解を形成する方法としてきわめて自然な一手法を提供するものと考えられる .

以下本論文では ,まず第 2 章において , GA/RS<sup>3</sup> を生物進化との関連で考察し ,その構成を述べる .つぎに第 3 章において , GA/RS<sup>3</sup> の解析検討を行い ,その数理的性質を明らかにする .最後に第 4 章において , GA/RS<sup>3</sup> の有効性を実験により示す .

## 2 . GA/RS<sup>3</sup> の構成

GA/RS<sup>3</sup> は ,自然界において各種の外乱に対して堅固な生物が生き残っていくという進化プロセスをヒントとしている .生物の表現型特徴は染色体中の遺伝子型コードで決定されるが ,遺伝子型コードから表現型形質に変換される過程にはいろいろな外乱が伴う .例えば ,異常な温度 ,栄養バランスの欠如 ,有害な物質の存在などをあげることができる .このような外乱のもとで形成された表現型形質が低い適応度を持っていると ,その生物は生き残ることができないし ,また子孫も作ることができない .このように ,よい遺伝子型形質を持っていても表現型特徴が外乱に敏感 (センシティブ) な場合には ,その個体は生き残れないこ

とになる。他方,このような外乱に対して堅固な個体は生き残り,子孫を残すことができる(図1参照)。

外乱に対する生物進化のこの性質をモデルとすることにより,ロバスト解を探索するGAを構成することができる。提案するGA/RS<sup>3</sup>では,GAにおける適応度の計算に外乱としてノイズの影響を加える。進化的探索において適応度関数の計算にノイズの存在を考慮することは[De Jong 76][Hammel 94]で論議されている。表現型パラメータベクターを $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ,適応度関数を $f(X)$ とすると,それらの研究では, $f(X)+\delta$ ,すなわち,適応度にノイズ $\delta$ を加えた形をとっている。しかし,パラメータ変動に対して評価値の変動が少ない安定した解,すなわち,ロバスト解を求めるためには,図1に示した生物における遺伝子型から表現型への変換における外乱の影響のモデルからも明らかのように,表現型空間における変動(ノイズ)の適応度への影響は, $f(X+\Delta)$ という形とすべきである。ここで $\Delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m)$ は,ノイズベクターである。

**【図1挿入】**

本論文では,関数最適化問題を取り上げる。したがって,パラメータ $X$ の変動に対して適応度関数 $f(X)$ を最大に

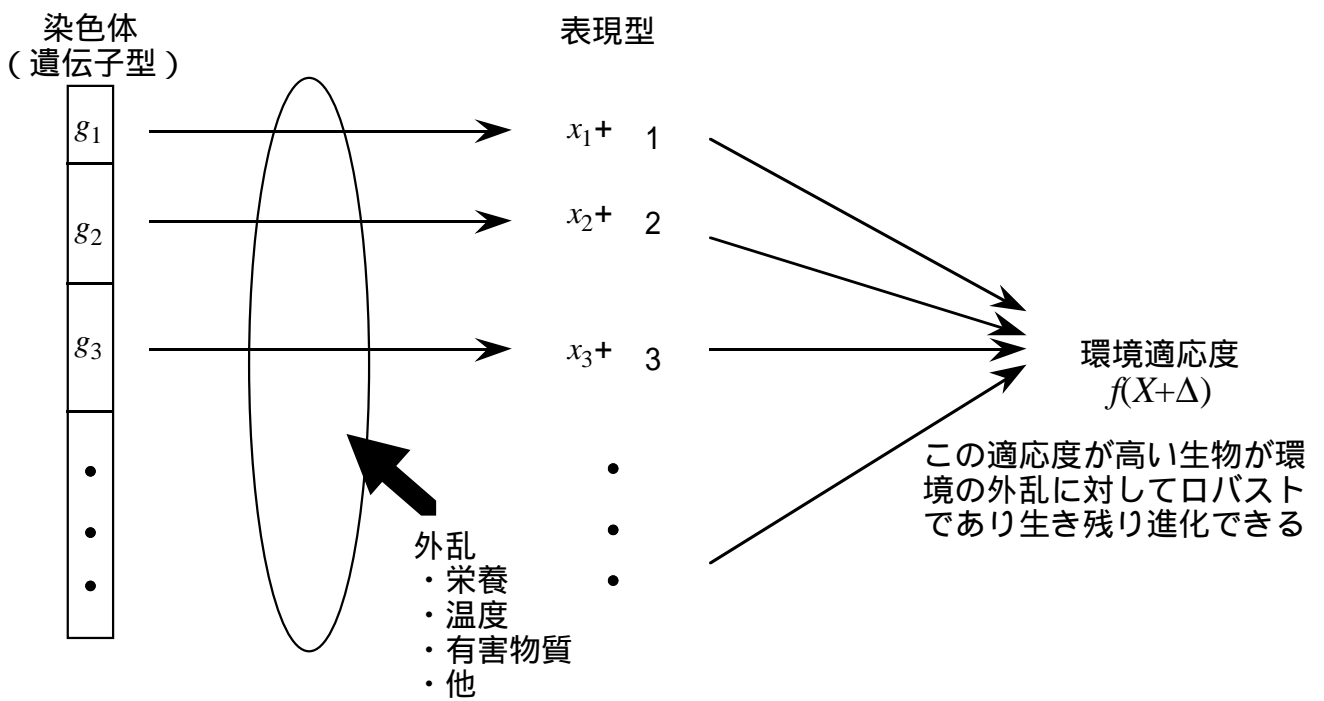


図1 外乱の存在下での生物進化をモデルとするRS<sup>3</sup>のアプローチ

するロバスト解を求めることがここでの問題である。生物進化における図 1 をモデルとする GA/RS<sup>3</sup> の構成を図 2 に示す。ここで、 $G^i$  は、個体  $i$  のストリング（染色体）であり、その表現型パラメータが  $X^i$  である。 $N$  は個体数を示す。

### 【図 2 挿入】

なお、 $f(X+\Delta)$  の形でノイズ  $\Delta$  をパラメータ  $X$  に加えることは、表現型パラメータ空間における突然変異操作のような形となっている。しかし、 $X+\Delta$  の形によって加えられた外乱は、関数評価のためにのみ用いられ、遺伝子型空間の表現であるストリング  $G$  に直接的な影響を与えないという点で突然変異操作とは根本的に異なっている。

## 3 . GA/RS<sup>3</sup> の解析的検討

本章では、GA/RS<sup>3</sup> の解析的検討を行い、その数理的性質を明らかにする。一般に、パラメータ間で複雑な絡み合い（エピスタシス）が存在する場合にはアルゴリズムの収束特性はパラメータの次元数により異なってくる。しかしここでは、GA の実行における関数評価の段階で、2 章で述べたような  $f(X+\Delta)$  の形でノイズを付加することの影響の解析を明らかにすることが目的であるので、表現型パラメータは 1 次元とし、ノイズの影響の定式化の容易化を図

```

gen = 0;
Pop(gen) = randomly initialized population ( $G^1, G^2, \dots, G^N$ )
Transfer each  $G^i$  to  $X^i$ ;
 $Y^i = X^i + \Delta$ ;
Evaluate fitness of each  $Y^i$  in Pop(gen);
while( termination condition == false ){
    gen += 1;
    Select Pop(gen) from Pop(gen - 1) based on the fitness value  $f(Y^i)$ ;
    Apply genetic operators to  $G^1, G^2, \dots, G^N$  in Pop(gen)
    Transfer each  $G^i$  to  $X^i$ ;
     $Y^i = X^i + \Delta$ ;
    Evaluate fitness of each  $Y^i$  in Pop(gen);
}
Evaluate fitness of each  $X^i$  in Pop(gen)

```

図2 GA/RS<sup>3</sup>の構成

る。したがって、パラメータベクター  $X$  はスカラー  $x$  で表す。

### 3.1 実効適応度関数

GA/RS<sup>3</sup> においては、適応度関数の計算においてノイズが付加されるため、適応度関数の値は確率的に変動する。ここでは、その変動の影響を数理的に解析する。一点交叉とルーレット選択を用いたとき、世代  $t$  における個体群  $P(t)$  におけるスキーマ  $H$  の数の期待値を  $M(H, t)$  で表すと、つぎのスキーマ定理が成り立つ [Goldberg 89a]。

$$M(H, t+1) \geq M(H, t) \cdot \frac{f(H, t)}{\overline{f(t)}} \left[ 1 - p_c \frac{d(H)}{L-1} - o(H)p_m \right] \quad (1)$$

ここで、 $f(H, t)$  : スキーマ  $H$  の適応度、 $p_c$  : 交叉率、 $p_m$  : 突然変異率、 $d(H)$  :  $H$  の定義長、 $o(H)$  :  $H$  のオーダ、 $L$  : 個体長である。また、 $\overline{f(t)}$  は  $P(t)$  における個体の平均適応度である。ここで、個体数  $N$  が、十分大きいと仮定すると  $\overline{f(t)}$  は、次式のように連続系の式で記述できる。

$$\begin{aligned} \overline{f(t)} &= \sum_{i=1}^N f(x^i) / N \\ &= \int_x f(x) \cdot p(x, t) dx \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 $p(x, t)$  は、世代  $t$  の個体群  $P(t)$  における個体の表現

型パラメータ $x$ の分布状況を連続値密度関数で置き換えたものである。同様に、 $f(H,t)$ も、

$$f(H,t) = \int_x f(x) \cdot p(x,H,t) dx \quad (3)$$

と表される。ただし、 $p(x,H,t)$ は、 $P(t)$ におけるスキーマ $H$ に含まれる個体の表現型パラメータ $x$ の分布状況を連続値密度関数で置き換えたものである。

つぎに図2に示したように $f(x+\delta)$ の形で適応度関数が評価されるGA/RS<sup>3</sup>のスキーマ定理、

$$M(H,t+1) \geq M(H,t) \cdot \frac{\overline{f'(H,t)}}{\overline{f'(t)}} \left[ 1 - p_c \frac{d(H)}{L-1} - o(H)p_m \right] \quad (4)$$

を考えよう。このとき式2と同様、 $\overline{f'(t)}$ は、次式のように連続系の式で記述できる。

$$\begin{aligned} \overline{f'(t)} &= \sum_{i=1}^N f(x^i + \delta^i) / N \\ &= \int_x \int_{\delta} f(x+\delta) \cdot p(x,t) \cdot q'(\delta) d\delta dx \\ &= \int_x \left[ \int_{\delta} f(x+\delta) \cdot q'(\delta) d\delta \right] \cdot p(x,t) dx \\ &= \int_x F'(x) \cdot p(x,t) dx \end{aligned} \quad (5)$$

ただしここで、 $x^i$ と $\delta^i$ とは、互いに独立であり、 $q'(\delta)$ は、

$\overline{f'(t)}$ の計算におけるノイズ $\delta$ の分布を連続密度関数としたものである。 $p(x,t)$ の定義は、式2と同じである。また、 $F'(x)$ は、

$$F'(x) = \int_{\delta} f(x+\delta) \cdot q'(\delta) d\delta \quad (6)$$

とおいている。同様に、 $f'(x,H,t)$ も、

$$f'(H,t) = \int_x F'(x) \cdot p(x,H,t) dx \quad (7)$$

と表される。ただし、 $p(x,H,t)$ の定義は、式3の場合と同じである。

式2と式5、および式3と式7とをそれぞれ対比するとノイズを加えない場合の通常のGAのスキーマ定理に対して、GA/RS<sup>3</sup>のスキーマ定理では、 $f(x)$ に対応する項が式6で示される $F'(x)$ となっていることが分かる。個体数 $N$ が十分大きいときには、 $F'(x)$ は、次式のような $F(x)$ で近似できる。

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x+\delta) \cdot q(\delta) d\delta \quad (8)$$

ただし、 $q(\delta)$ は、ノイズ $\delta$ の確率密度関数である。

以上の議論から、GA/RS<sup>3</sup>では、進化におけるスキーマの変化において適応度関数は $f(x)$ に代わって実質的に式8の $F(x)$ で評価されたものになっており、 $f(x)$ ではなく

$F(x)$  を最大にする  $x$  を探索するように GA が働くということの意味している。したがって、本論文では、式 8 で定義される関数  $F(x)$  を GA/RS<sup>3</sup> における  $f(x)$  の「実効適応度関数」と呼ぶことにする。式 8 から分かるように  $F(x)$  は、 $x$  に密度関数が  $q(\delta)$  の表現型ノイズ  $\delta$  が入ったときの  $f(x)$  の期待値に等しい。

### 3.2 実効適応度関数の性質

式 8 において  $q(\delta)$  は偶関数、すなわち  $q(\delta) = q(-\delta)$  であると仮定し変形を加えると、

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x-y) \cdot f(y) dy \quad (9)$$

となる。式 9 は、畳み込み積分の形となっている。したがって、関数  $F(x)$ 、 $f(x)$  および  $q(\delta)$  のフーリエ変換を、それぞれ  $\hat{F}(\omega)$ 、 $\hat{f}(\omega)$ 、 $\hat{q}(\omega)$  とすると、

$$\hat{F}(\omega) = \hat{q}(\omega) \cdot \hat{f}(\omega) \quad (10)$$

となる。ノイズの分布として本論文ではガウスノイズ  $N(0, \sigma)$  を仮定する。ガウスノイズは、製作誤差や、制御量に対するノイズの分布としても適切と考えられる。なお、図 1 のモデルにおいて 種々の外乱の総和としてノイズがあらわれることを考えると、ガウスノイズは図 1 のモデルとの関係においても自然である。

このとき， $q(\delta)$  は，

$$q(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

であり， $q(\delta)$  のフーリエ変換 $\hat{q}(\omega)$  は，

$$\hat{q}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sigma^2 \omega^2}{2}} \quad (12)$$

として得られる．関数 $\hat{q}(\omega)$  は， $\omega$  の増加に従って減少する関数である．したがって，式 10 と式 12 とから，表現型パラメータにガウスノイズを加えることは，信号処理システムにおける「ローパスフィルタ」のような効果を生じさせるということが分かる．また，ノイズの標準偏差 $\sigma$  が大きくなるに従って，ローパスフィルタとしての効果が増大する．

### 3.3 ノイズの大きさの推定

ここでは，表現型パラメータに加えるノイズの大きさの適切な量についての推定を行う．解析の容易さからここでは次式で表される幅 $2w$ ，高さ $h$ からなる矩形の適応度関数を取り上げ，その実効適応度関数を計算しよう．

$$f(x) = \begin{cases} h: & -w \leq x \leq w \\ 0: & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

このとき，この適応度関数 $f(x)$  の実効適応度関数 $F(x)$  は，

式 8 から以下のように計算できる .

$$\begin{aligned}
 F(x) &= h \int_{-w}^w q(x-y) dy \\
 &= h \left[ \Phi\left(\frac{x+w}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x-w}{\sigma}\right) \right] \quad (14)
 \end{aligned}$$

ここで , ノイズは  $N(0, \sigma)$  とし ,  $\Phi(y)$  は , 次式

$$\Phi(y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (15)$$

で定義される標準正規分布の分布関数である . 容易に分かるように , 式 14 の最大値  $\max F(x)$  は ,  $x = 0$  のとき得られ ,

$$\begin{aligned}
 \max F(x) &= F(0) \\
 &= h \left[ 2\Phi\left(\frac{w}{\sigma}\right) - 1 \right] \\
 &= h \times R\left(\frac{w}{\sigma}\right) \quad (16)
 \end{aligned}$$

となる . ここで ,  $R(w/\sigma)$  を「減衰ファクタ」と呼ぶ . 図 3 は , 減衰ファクタ  $R(w/\sigma)$  と  $w/\sigma$  との関係をプロットしたものである . 図 4 は , それぞれ  $w/\sigma = 4.0, 2.0, 1.0, 0.5$  および  $0.25$  に対して式 13 の適応度関数  $f(x)$  と式 14 の実効適応度関数  $F(x)$  との関係を示したものである .

図 3 から適切なノイズの大きさについての目安を得ることができる . 例えば , 一つのピークを幅  $2w$  , 高さ  $h$  の矩形

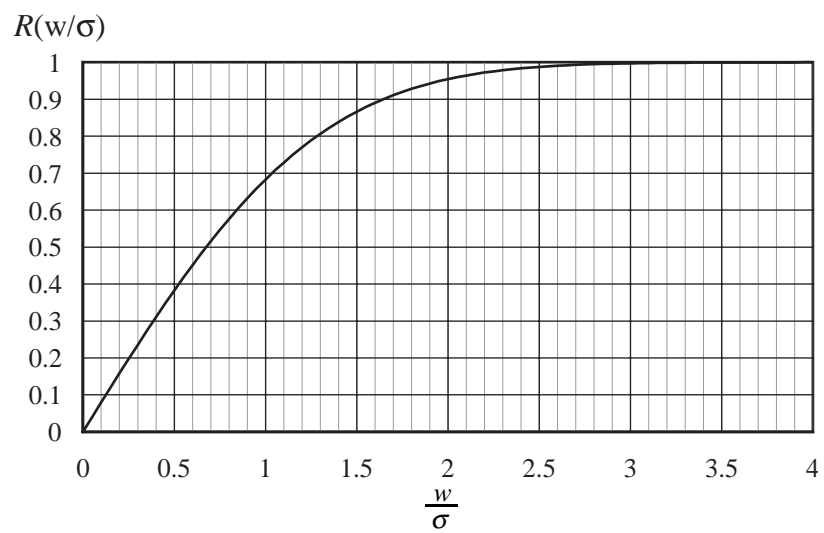


図3 ノイズの大きさと減衰ファクタとの関係

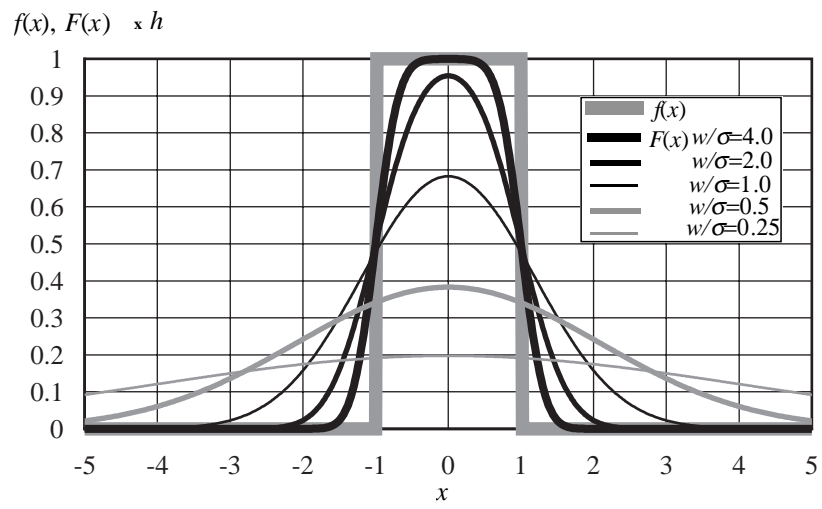


図4 ノイズの大きさと  $f(x), F(X)$  との関係

で代表させるとする。このとき、 $\sigma$ の値を $2w \sim 4w$ の範囲に設定すると、 $w/\sigma$ は、 $0.5 \sim 0.25$ であり、ピークの実効的高さは $0.197h \sim 0.383h$ となる。

【図3 図4】

つぎに適応度関数 $f(x)$ の実例的な例として、次式に示すような幅 $2w_1$ 、高さ $h_1$ の平坦なピークと幅 $2w_2$  ( $w_1 \gg w_2$ )、高さ $h_2$  ( $h_1 < h_2$ )の急峻なピークとが距離 $w_3$ を隔てて存在する関数 $f(x)$ を考えよう。

$$f(x) = \begin{cases} h_1: & -w_1 \leq x \leq w_1 \\ h_2: & w_1 + w_3 \leq x \leq w_1 + w_3 + 2w_2 \\ 0: & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (17)$$

このとき $f(x)$ の実効適応度関数 $F(x)$ は、式9より次式のように得られる。

$$F(x) = h_1 \left[ \Phi \left( \frac{x + w_1}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{x - w_1}{\sigma} \right) \right] + h_2 \left[ \Phi \left( \frac{x - w_1 - w_3}{\sigma} \right) - \Phi \left( \frac{x - w_1 - 2w_2 - w_3}{\sigma} \right) \right] \quad (18)$$

$w_1 = 1$ 、 $w_2 = 0.1$ 、 $w_3 = 3$ 、 $h_1 = 1$ 、 $h_2 = 2$ とした場合の $f(x)$ および $F(x)$ を図5に示す。ここで、 $F(x)$ は、 $\sigma = 0.8$ および $\sigma = 0.4$ とした場合を示した。 $\sigma = 0.4$ の場合、平坦なピークに対する減衰ファクタは $R(w_1/\sigma) = R(2.5) \approx 1.0$ 、急峻なピーク

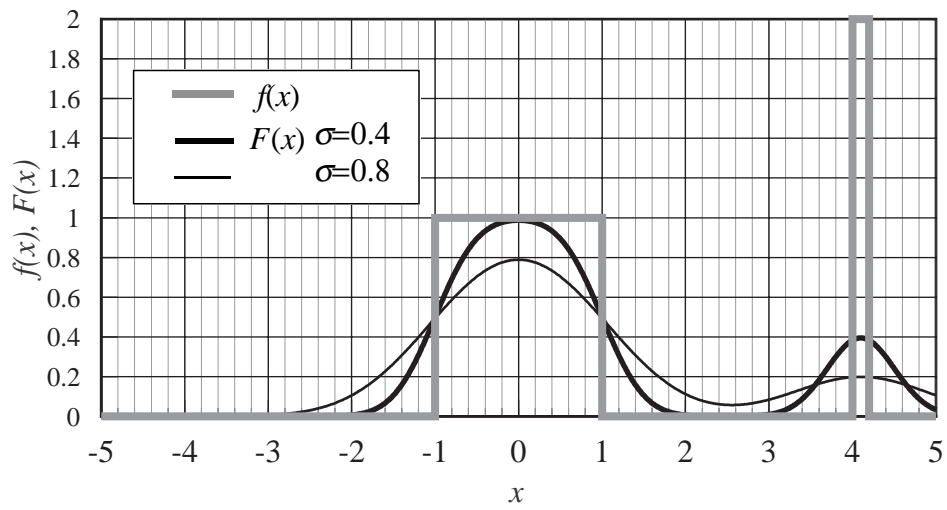


図5 平坦なピークと急峻なピークを持つ関数における $f(x)$ と $F(x)$ との関係

クに対する減衰ファクタは、 $R(w_2/\sigma)=R(0.25)\approx 0.2$ である。一方、 $\sigma=0.8$ の場合、平坦なピークに対する減衰ファクタは、 $R(w_1/\sigma)=R(1.25)\approx 0.8$ 、急峻なピークに対する減衰ファクターは、 $R(w_2/\sigma)=R(0.125)\approx 0.1$ である。図5から、式9に基づく実効適応度関数は、急峻なピークの高さを下げているということが明白に確認できる。

### 3.4 吸引現象

本節では、式17において二つのピークがより接近した場合に見られる「吸引現象」について考察しよう。すなわち、図5において、二つのピーク間の値が $w_3=0.5$ と小さくなった場合を考える。他のパラメータは同じとする。図6にこの場合の $f(x)$ と $F(x)$ との関係を示す。同図において、 $\sigma=0.8$ のとき、 $F(x)$ の最大値（ピーク値）をとる場所は、平坦なピークの領域にはあるが、急峻なピークの方へ少し変移している。容易に分かるようにこのような現象は、ピーク間の距離 $w_3$ が小さくなるほど、またノイズの大きさ $\sigma$ が大きくなるほど顕著となる。このように高いピークが隣接する低いピークのピーク値の場所を移動させる現象を吸引現象と呼ぶ。吸引現象が顕著であると実効適応度関数のピークが元の関数のピークからずれてしまう可能性がある。

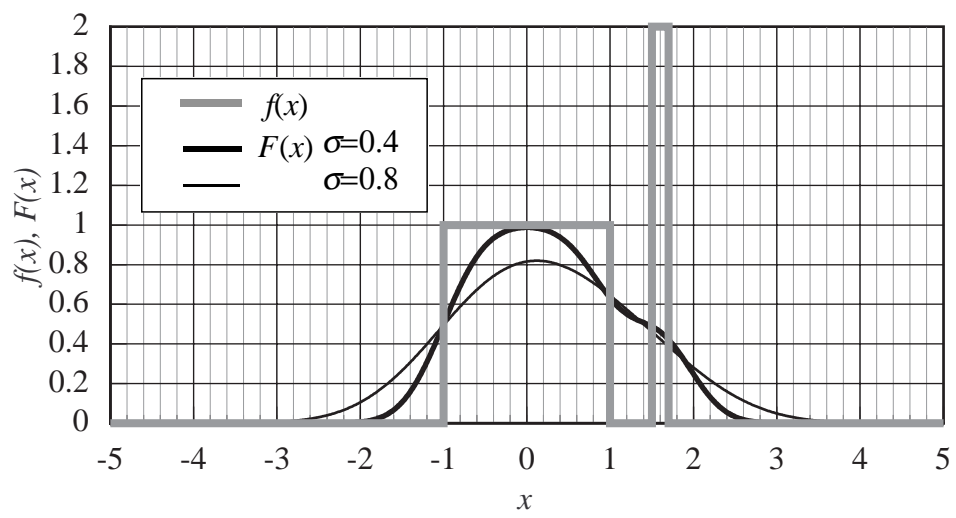


图6 吸引现象

る。この現象を避ける単純で効果的な方法は、ノイズの大きさの範囲を制限することである。本論文では、次式で示すような変形ガウスノイズ  $N'(0, \sigma)$  を用いてこれを実現する。

$$q(y) = \begin{cases} \frac{1}{C\sqrt{2\pi\sigma}} e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}} & : -k\sigma \leq y \leq k\sigma \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

ここで  $k$  はノイズの大きさを規定するパラメータであり、また  $C$  は、次式のように計算される正規化定数である。

$$C = 2\Phi(k) - 1 \quad (20)$$

本論文の実験では、 $k = 1$  を用いる。この変形ガウスノイズ  $N'(0, \sigma)$  を用いることによって、ノイズの大きさは、 $-k\sigma \leq \delta \leq k\sigma$  に制限されることになる。

#### 4. 実験

ここでは GA/RS<sup>3</sup> の有効性を示すために、二つの適応度関数を用いて、ロバスト解を得る実験を行う。GA の基本モデルには単純 GA を用い、パラメータは、突然変異率  $p_m = 0.006$ 、交叉率  $p_c = 0.6$ 、集団サイズ  $N = 100$ 、最大関数評価回数 (Trials) = 5,000 とし、ストリング長 = 30 (グレイコード) とする。

( 1 ) 関数  $f_a$

関数  $f_a$  は, 図 5 に示した関数であり, 式 17 において,  $w_1 = 1, w_2 = 0.1, w_3 = 0.5, h_1 = 1, h_2 = 2$  としたものである. また, パラメータ  $x$  の範囲は  $-3 \leq x \leq 3$  である. ここでは,  $\sigma = 0.4$  すなわち,  $w_2/\sigma = 0.25$  とした.

図 6 は, 各個体の表現型パラメータ  $x$  の集団の平均値の推移過程を示す. 値は 30 回の実験の平均値である. 単純 GA では, 平均値は高さが 2 の一番高いピークの中央 ( $x = 1.6$ ) に収束している. 一方, GA/RS<sup>3</sup> では, ロバスト解と考えられる高さが 1 であるピークの中心 ( $x = 0$ ) に収束している. 探索のこの平均値の推移を注意深くみると, 探索の初期の段階では平均値は最も高いピークの領域, すなわち  $x = 1.6$  の方向に向かい, その後, 平坦なピークの方 (  $x = 0$  ) に向きを変えて平坦なピークへと収束している. これは次のように解釈できる. まず探索の初期の段階では, 集団の多様性が大きいためノイズを付加することの影響が実質的に現れない. その後, 収束するにしたがって, ノイズの効果が見え, 実効適応度関数が最大となる領域に集団が収束していく. 図 7 は単純 GA と GA/RS<sup>3</sup> との 5,000 trial 後の, 個体群における個体の典型的な分布状況である.

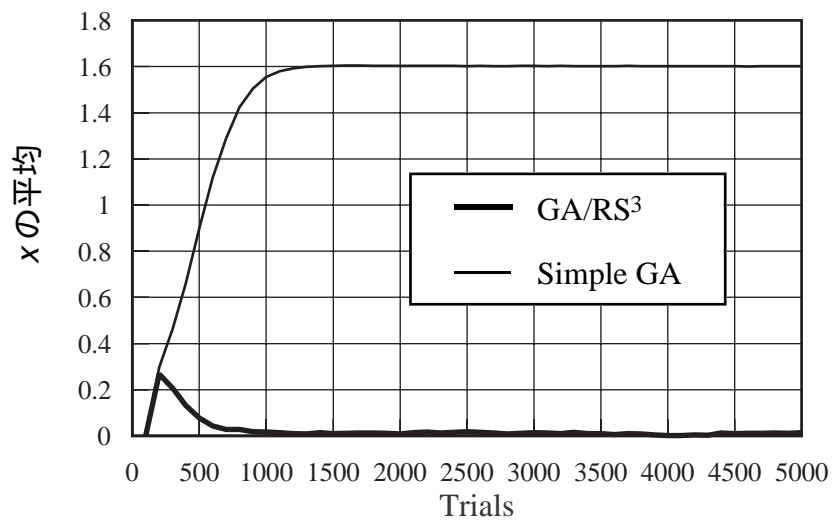
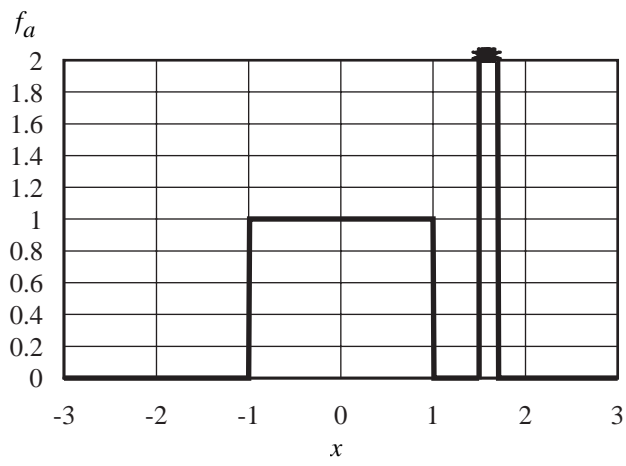
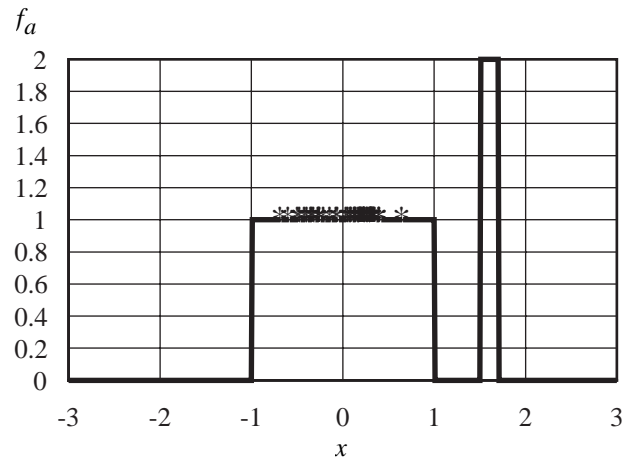


図7 関数 $f_a$ の収束過程



(1) Simple GA



(2) GA/RS<sup>3</sup> ( $w_2/\sigma = 0.25$ )

図 8 関数  $f_a$  の 5000Trials 後の集団の収束状況

【図 7 , 図 8】

( 2 ) 関数  $f_b$

関数  $f_b$  は , 図 1 0 に示すような範囲  $0 < x < 1$  において 5 つの高さと幅が異なるピークからなり , 次式で定義される関数である .

$$f_b = \begin{cases} e^{-2\ln 2 \left(\frac{x-0.1}{0.8}\right)^2} |\sin(5\pi x)|^{0.5} & : 0.4 < x \leq 0.6 \\ e^{-2\ln 2 \left(\frac{x-0.1}{0.8}\right)^2} \sin^6(5\pi x) & : \text{otherwise.} \end{cases} \quad (21)$$

この関数はGoldbergらのシェアリングの研究[Deb 89] で使われた関数の変形である . 最大ピークは  $x = 0.1$  にあり , 関数値は 1 である . 三番目のピークを除くすべてのピークは急峻な形をしている . 三番目のピークは他の 4 つのピークと比べて平坦な形状をおり , ロバスト解であると考えられる . このピークは  $x = 0.486$  であり , ピーク値は 0.715 である .

この関数の急峻なピークの実効的な幅  $2w$  は , 次のように概算することができる .

$$1 \times 2w \approx 1 \times \int_0^{0.2} \sin^6(5\pi x) dx = 1/16 \Rightarrow w \approx 1/32 \quad (22)$$

図 3 から , 実効適応度関数値を元の適応度関数値の 20 ~ 40% とするには  $w/\sigma$  を (0.25,0.5] とすればよいことが分か

る．ここでは， $w/\sigma = 0.5$ とした．この結果， $\sigma$ は， $\sigma = w/0.5 = 2 \times 1/32 = 1/16$ となる．

図9は，各個体の表現型パラメータ $x$ の集団の平均値の推移過程を示す．値は図7と同様，30回の実験の平均値である．単純GAでは，もっとも高い第一ピークの中心( $x = 0.1$ )に平均値は収束している．これに対してRS<sup>3</sup>/GAでは，第三ピークの中心( $x = 0.486$ )近辺に平均値が収束している．探索過程におけるこの平均値の推移をみると，図7の場合と同様，探索の初期の段階では平均値は最も高い第一番目のピークの領域，すなわち $x = 0.1$ の方向に向かい，その後，第三番目のピークの方角に向きを変えてそのピークに収束している．これも図7の場合と同様，探索の初期の段階では，集団の多様性が大きいためノイズを付加することの影響が実質的に現れない．その後，収束するにしたがって，ノイズの効果が現れ，実効的適応度関数が最大となる領域に個体群が収束していくとため考えられる．

図10は，図8と同様単純GAとGA/RS<sup>3</sup>との5,000 trial後の，集団における個体の典型的な分布状況である．この結果からも，単純GAでは，個体群は最大値をとる急峻なピークに個体が分布するのに対して，GA/RS<sup>3</sup>では，第三番目のピークに個体が分布することが確認できる．

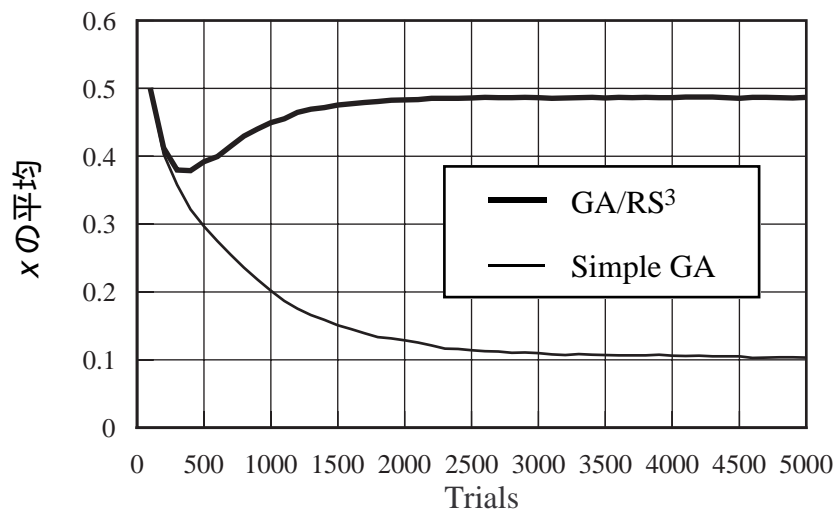
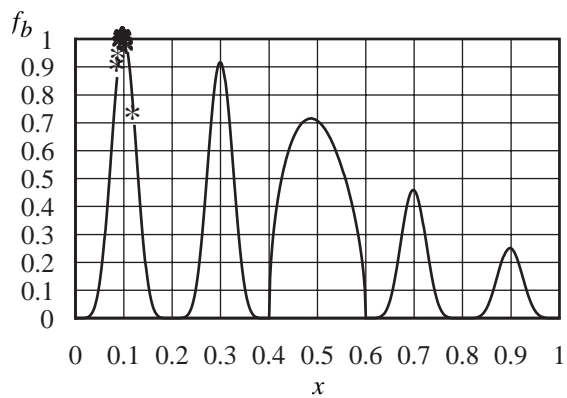
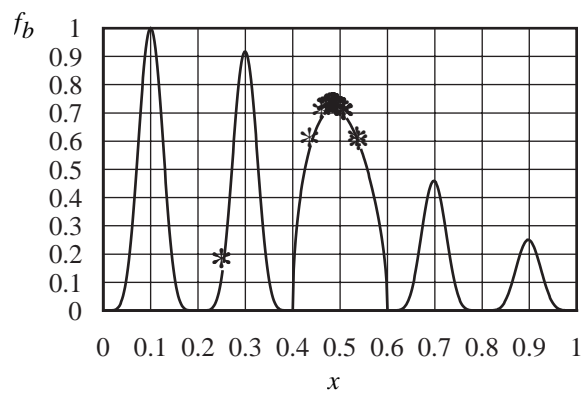


図9 関数 $f_b$ の収束過程



(1) Simple GA



(2) GA/RS<sup>3</sup> ( $w/\sigma = 0.5$ )

図 1 0 関数  $f_b$  の 5000Trials 後の集団の収束状況

【図9，図10挿入】

## 5．むすび

以上本論文では，ロバスト解を探索しなければならない問題領域にGAを適用することを狙いとするロバスト解探索型遺伝的アルゴリズムGA/RS<sup>3</sup>の基礎提案を行い，その基本的な性質を明らかにした．GA/RS<sup>3</sup>では，GAの実行において，適応度関数の計算で表現型空間のパラメータ値にノイズを加える方法をとる．この方法により，ロバスト解の領域に個体群を収束させることができる．

本論文では，まず最初にGA/RS<sup>3</sup>を生物進化との関連で考察し，その構成を述べた．つぎに，GA/RS<sup>3</sup>の解析検討を行い，その数理的性質を明らかにした．最後に実験により，GA/RS<sup>3</sup>がロバスト解を得るのに有効な方法であることを二つの関数を用いて示した．

GA/RS<sup>3</sup>に関して今後に残された問題としては，

- (1) 数理解析の多次元空間への拡張，
- (2) 複雑な問題を使った評価，
- (3) 複数のロバスト解を探索するためにGA/RS<sup>3</sup>とシェアリング方との結合，
- (4) スケジューリング問題のような順序表現型GAへの

発展 ,  
( 5 ) 適応度とロバスト性との 2 目的を評価とする多目的  
最適化型 G A の手法との比較 ,  
がある .

### 謝辞

誤りのご指摘と貴重なコメント頂いた査読者に深く感謝  
いたします . また , 本研究に関して有益なコメントを頂い  
た David E. Goldberg 教授ならびに研究の推進において討論  
に参加していただいた Dr. Ashish Ghosh (Indian Statistical  
Institute) に感謝いたします . なお , 本研究の一部は , 文部  
省科学研究費重点領域 2 6 4 - 0 8 2 3 3 1 0 5 の補助金  
および阪南大学産業経済研究所助成の援助のもとに行われ  
た .

### 参考文献

- [Beasley 93] Beasley, D., Bull, D. R. and Martin, R. R.: A  
Sequential Niche Technique for Multimodal Function  
Optimization, Evolutionary Computation, MIT Press, Vol.  
1, No. 2, pp. 101-125 (1993).
- [Deb 89] Deb, K. and Goldberg, D. E. : An Investigation of  
Niche and Species Formation in Genetic Function

- Optimization, Proc. of the Third ICGA, pp.42-50 (1989).
- [De Jong 76] De Jong, K. A.: An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems (Doctoral Dissertation, University of Michigan). Dissertation Abstract International 36(10), 5140B. (University Microfilms No. 76-9381).
- [Eshelman 91] Eshelman, L.J.: The CHC Adaptive Search Algorithm: How to Have Safe Search When Engaging in Nontraditional Genetic Recombination, Foundations of Genetic Algorithms edited by Rawlins, G. J. E., Morgan Koufmann, pp. 265-283(1991).
- [Goldberg 87] Goldberg, D. E. and Richardson, J.: Genetic Algorithms with Sharing for Multimodal Function Optimization, Proc. of the Second ICGA, pp. 41-49 (1987)[Goldberg 89a] Goldberg, D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1989).
- [Goldberg 89b] Goldberg, D.E., Korb, B. and Deb, K.: Messy Genetic Algorithms: Motivation, Analysis, and First Results, Complex Systems, Vol. 3, pp. 493-530 (1989).

- [Hammel 94] Hammel, U. and Back, T.: Evolution Strategies on Noisy Function How to Improve Convergence Properties, Proc. of Third Conf. on Parallel Problem Solving from Nature, North-Holland, pp. 159-168 (1994).
- [Mahfoud 92] Mahfoud, S. W.: Crowding and preselection revisited, Proc. of Second Conf. on Parallel Problem Solving from Nature, North-Holland, pp. 27-34 (1992).
- [Mathias 94] Mathias, K and Whitley, L. D.: Changing Representations During Search: A Comparative Study of Delta Coding, Evolutionary Computation, MIT Press, Vol. 2, No. 3, pp. 249-278 (1994).
- [Tsutsui 93] Tsutsui, S. and Fujimoto, Y.: Forking Genetic Algorithm with Blocking and Shrinking Modes, Proc. of the Fifth ICGA, pp.206-213 (1993).
- [筒井 94] 筒井, 藤本: 個体群探索分岐型遺伝的アルゴリズム  $\Delta$  fGA(Forking GA)の提案, 人工知能学会誌, Vol. 9, No. 5, pp.741-747 (1994年9月).
- [Tsutsui 95] Tsutsui, S. and Fujimoto, Y.: Phenotypic Forking Genetic Algorithms (p-fGA), Proc. of the 1995 IEEE ICEC, pp. 566-572 (1995).

[筒井 96a] 筒井，藤本: 表現型個体群探索分岐型遺伝的アルゴリズム p-fGA (Phenotypic Forking GA) ,人工知能学会誌 , Vol. 11, No. 4, pp.619-628 (1996) .

[筒井 96b] 筒井，西岡: 遺伝的アルゴリズムにおけるロバスト解探索の一手法 , 第 4 回システム制御情報学会研究発表講演会講演論集 , pp.343-345 1996 年 5 月 .

[Tsutsui 96c] Tsutsui, S., Ghosh, A. and Fujimoto, Y. ; A Robust Solution Searching Scheme in Genetic Search, Proc of the Fourth Int. Conf. on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN IV), pp. 543-552 (1996) .